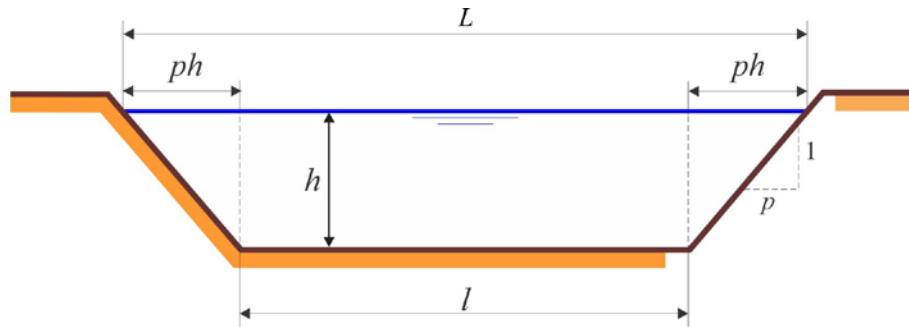


MOOC « Des rivières et des hommes »

Calcul de l'aire et du périmètre mouillé – séquence 2.1

1. Pour une section trapézoïdale



La section est définie par sa largeur au plafond l et la pente des talus donnée par p . La pente des talus donnée par p signifie que pour une distance verticale unitaire, donc valant « 1 » (un), on a une distance horizontale « p ». On en déduit donc que pour une distance verticale h , c'est-à-dire la profondeur d'eau dans la section, on a une distance horizontale ph .

Partant de là, pour une profondeur d'eau h régnant dans la section, on peut calculer les autres grandeurs comme suit :

- Largeur à la surface libre

$$L = l + 2ph$$

- Aire mouillée

On peut utiliser la formule classique de l'aire d'un trapèze, à savoir
(Grande Base + Petite Base) x Hauteur / 2

Avec : Grande Base = $L = l + 2ph$

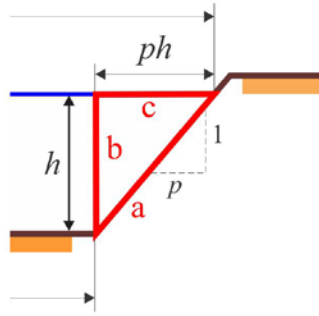
Petite Base = l

Hauteur = h

$$\text{On trouve donc } A = \frac{(l + 2ph + l)h}{2} = \frac{(2l + 2ph)h}{2} = h(l + ph)$$

- Périmètre mouillé

Il faut additionner les longueurs des 3 côtés « mouillés » du trapèze : le plafond de longueur l et les deux talus. Pour trouver la longueur des talus, on utilise le théorème de Pythagore qui donne la longueur de l'hypoténuse a d'un triangle rectangle à partir de la longueur des deux autres côtés b et c , soit $a^2 = b^2 + c^2$



Ici, la longueur du talus recherchée est justement l'hypoténuse a , et les deux autres côtés ont pour longueurs h (le côté vertical) et ph (le côté horizontal). On trouve:

$$a^2 = h^2 + p^2 h^2 = h^2 (1 + p^2)$$

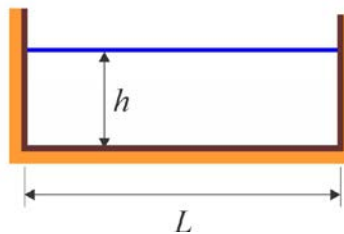
La longueur du talus vaut donc la racine carrée de l'hypoténuse, soit

$$a = h \sqrt{1 + p^2}$$

Finalement, le périmètre mouillé se calcule comme suit :

$$P = l + 2h \sqrt{1 + p^2}$$

2. Pour une section rectangulaire



La section est définie par sa largeur L , et les talus sont verticaux, ce qui correspond en réalité à une section trapézoïdale avec $p = 0$. On peut donc trouver A et P simplement en écrivant les formules de la section trapézoïdale avec $p = 0$. On peut également détailler le calcul comme suit :

- Aire mouillée

$$A = L h$$

- Périmètre mouillé

Il faut additionner les longueurs des 3 côtés « mouillés » du rectangle : le plafond de longueur L et les deux talus verticaux de longueur h . Le périmètre mouillé vaut donc :

$$P = L + 2h$$