

## **Vidéo 9 : Collateralized Debt Obligations (CDO)–Instruments de corrélation**

Bonjour. Aujourd’hui, nous allons décrire les instruments de corrélation, et en particulier les First to Default et les Collateralized Debt Obligations, les fameux CDO.

### **FIRST TO DEFAULT**

Les instruments que nous avons vus jusqu’à présent, les obligations, les prêts, les CDS, ne sont sensibles qu’au risque individuel de l’émetteur de dette. Il existe d’autres instruments, dits structurés, qui référencent un portefeuille d’instruments de dette et sont sensibles à la fois aux risques individuels et au niveau de corrélation entre les dates de défaut.

[Slide cash-flows FtD]

L’exemple le plus simple est le First to Default (ou FtD). Un First to Default est un swap de défaut au même titre qu’un CDS single-name mais pour lequel l’évènement de crédit est déclenché par le premier défaut survenant sur un portefeuille de référence. Le portefeuille de référence d’un First to Default est composé d’un nombre assez faible d’entités de référence, que nous noterons  $n$ , généralement compris entre 5 et 10. L’acheteur de protection paie une prime trimestrielle au vendeur de protection jusqu’à maturité du contrat sauf si un défaut intervient entre temps sur le portefeuille de référence. À la date de défaut, le vendeur de protection paie le flux de la jambe de protection pour un montant égal à  $(1 - R)$ , où  $R$  est le taux de recouvrement et le swap a un notionnel égal à 1.

La probabilité de survenance d’un défaut sur le panier de référence est d’autant plus forte que les risques individuels sont élevés. Mais le First to Default est également un produit de corrélation car la probabilité d’avoir au moins un défaut sur le portefeuille est d’autant plus élevée que la corrélation des risques individuels est faible.

[Slide Probability of having no default]

Plaçons-nous dans le modèle à intensité constante et nous appelons  $\lambda_i$  l’intensité de défaut de l’entité de référence numéro  $i$ .

La probabilité de survie de chaque entité de référence du panier à la date  $t$  est donc donnée par la fonction exponentielle  $S_i(t) = \exp(-\lambda_i t)$ .

Dans le cas de l’indépendance des dates de défaut individuelles, la loi de la date tau du premier défaut sur le portefeuille s’obtient en multipliant les fonctions de survie des noms sous-jacents au panier. La fonction de survie du portefeuille est exponentielle :

Probabilité que ( $\tau$  supérieur ou égal à  $t$ ) =  $\exp(-\sum_{i=1}^n \lambda_i t)$

Le FtD dans le cas indépendant se ramène donc à celui d’un CDS single-name mais avec une intensité de défaut égale la somme des intensités de défaut individuelles du panier. Le spread de ce FtD est donc :

Spread du FtD = somme des  $\lambda_i$  fois  $(1-R)$

Si le paramètre de corrélation  $\rho$  est égal à 1: le nom ayant l’intensité de défaut la plus élevée fera défaut en premier, et les dates de défaut seront ordonnées par ordre décroissant des intensités de défaut. Dans ce cas, le contrat de FtD est donc équivalent à un contrat de CDS single name dont



l'entité de référence serait le nom le plus risqué du panier.

[Slide bornes d'arbitrage]

L'acheteur de protection First to Default n'est couvert que contre le premier défaut ; il est donc moins couvert que s'il achetait la protection sur tous les noms du panier de référence. Par conséquent, le spread du FtD est inférieur à la somme des spreads des noms du panier de référence. D'autre part, il est plus risqué de vendre la protection via un FtD que sur n'importe lequel des noms du panier de référence, et en particulier sur le plus risqué d'entre eux. Le spread du FtD est donc supérieur au spread du nom le plus risqué. Nous obtenons donc la relation d'arbitrage ci-contre : Le spread du First to Default est inférieur à la somme des spreads individuels et est supérieur au spread le plus élevé du panier.

Une « règle du pouce » fournit des ordres de grandeurs typiques pour le spread du FtD dans de nombreuses parties de l'espace des paramètres : le spread du First to default est environ égal à 2/3 de la somme des spreads du panier de référence.

Passons à présent aux CDO.

CDO est le sigle pour Collateralized Debt Obligation. Il s'agit d'obligations émises par une société dédiée, appelée Special Purposed Vehicle (ou SPV) et dont le remboursement est adossé aux flux payés par un portefeuille d'actifs. Ce SPV est monté dans un but spécifique, unique : il émet des obligations et achète des actifs (appelés le collatéral). Le SPV affecte tous les flux que dégagent les actifs (flux d'intérêt et de principal) au remboursement du principal des obligations émises au passif et au paiement des intérêts selon des règles de priorité appelées la waterfall.

[Slide waterfall CDO]

Observons le schéma ci-contre

Le bilan du SPV comprend un actif et un passif adossés l'un à l'autre. Les investisseurs dans les obligations émises n'ont pas d'autre recours que sur le collatéral.

Le bilan d'un tel SPV est semblable à celui d'une banque spécialisée qui aurait un seul type d'instruments de dette à son actif et se financerait par émission de dette « equity », de dette mezzanine et de dette senior. On parle de « tranches de CDO ». A noter que la notion de dette equity ne signifie pas que la première tranche est une action. Il s'agit bien d'une obligation (elle verse des coupons et non des dividendes), mais elle se situe dans la partie la plus risqué – ou subordonnée- de la structure de capital du SPV.

Chacune de ces tranches est éventuellement notée par une ou plusieurs agences de notation. Selon la waterfall, tous les flux venant des actifs sont alloués prioritairement aux investisseurs senior, puis mezzanine et enfin equity.

[Slide exemple capital structure]

Prenons un exemple concret. Comme illustré par le schéma ci-contre, les différentes tranches émises n'ont pas un risque équivalent. Supposons que le SPV a acheté des actifs pour un montant de 100 et a financé cet achat en émettant trois tranches de dette : une dette senior pour un montant de 85, une dette mezzanine pour un montant de 10 et une dette equity pour un montant de 5.

- Si le collatéral vaut 100 ou plus à maturité, on peut rembourser les trois investisseurs, senior, mezzanine et equity. Les pertes sont alors nulles sur les trois tranches.
- Si le collatéral vaut 98 parce qu'il y a eu des défauts, on peut rembourser les investisseurs senior et mezzanine, mais on ne peut donner que 3 à l'equity qui perd donc 2. Si le collatéral vaut 95 seulement, l'equity ne récupérera alors rien.
- Si le collatéral vaut encore moins, disons, 90, on pourra rembourser le senior, mais on ne pourra donner que 5 au mezzanine, qui perd donc 5. Enfin, si le collatéral vaut moins de 90, on ne pourra pas rembourser le senior en intégralité, et la mezzanine et l'equity ne récupéreront rien.

[Slide payoff CDO]

Ceci est un exemple de ce qu'on appelle la waterfall de principal, qui définit les ordres de priorité de paiement en faveur du senior, puis du mezzanine et enfin de l'equity. Il existe une waterfall similaire pour les flux d'intérêts. Nous remarquons que le payoff des différents investisseurs sont exactement les mêmes que ceux dans le modèle de Merton : l'investisseur equity détient un call sur la valeur des actifs, la mezzanine détient un call spread et le senior détient un zéro-coupon moins put.

Chaque tranche du CDO est définie par un point d'attachement et un point de détachement. Le point d'attachement correspond au montant de perte sur le collatéral en dessous duquel la perte sur la tranche est nulle. Le point de détachement correspond au montant de perte sur le collatéral au-delà duquel l'investisseur dans la tranche ne récupère rien. Dans l'exemple précédent, la tranche mezzanine a un point d'attachement de 5% et un point de détachement de 15%.

A l'instar des First to Default, le risque sur les tranches de CDO dépendent de manière non linéaire du nombre de défauts sur le collatéral, et donc de la corrélation entre les défauts : ce sont des produits de corrélation.

[Slide sensitivity to correlation]

Pour l'investisseur equity, une corrélation élevée est une bonne chose car la probabilité d'avoir 0 défaut est plus élevée. Lorsque la corrélation augmente, le risque equity diminue et donc le prix de l'obligation equity augmente : la tranche equity est donc « longue » en corrélation. Pour l'investisseur senior, à l'inverse, une corrélation élevée signifie une probabilité d'avoir des pertes nombreux sur le portefeuille de référence élevée et donc un risque que le principal de la tranche senior ne soit pas remboursée en intégralité est plus élevée : lorsque la corrélation de crédit augmente, le risque de la tranche senior augmente et le prix de l'obligation senior baisse. On dit que la tranche senior est « courte » en corrélation. Les tranches mezzanines sont une combinaison de position longue et courte de tranche equity. Ainsi, les tranches mezzanines sont plus ou moins neutres en corrélation, selon le positionnement de leurs points d'attachement et de détachement.

## *Le Risque de crédit Bancaire – Cours en ligne*



[Slides what have we learnt ?]

En résumé, qu'avons-nous appris ?

- Tout d'abord que les First to default et les CDO étaient des produits de corrélation c'est-à-dire que leur valeur de marché dépend non seulement des spreads de marché individuels du panier, mais aussi du niveau de corrélation des défauts.
- Ensuite, que la structure de capital des CDO était identique à celle d'une entreprise normale, comme détaillé lorsque nous avons vu le modèle de Merton. La même vision optionnelle s'applique donc pour les tranches de CDO
- Enfin, les CDO sont aussi des produits de corrélation. Une tranche equity de CDO est longue en corrélation et une tranche senior est courte en corrélation.