

Le concept cellulaire

X. Lagrange

Télécom Bretagne

21 Mars 2014

Introduction : Objectif du cours

- Soit un opérateur qui dispose d'une bande de fréquences W
- Où mettre les stations de base ?
- Quelle technologie choisir ?
- Comment organiser la bande de fréquences ?
- Comment affecter la ou les fréquences à chaque station de base ?
- L'organisation des ressources est-elle spécifique à un service ?

- Approche analytique pour comprendre les principaux phénomènes, les compromis
- Mathématiques
 - Trigonométrie
 - Analyse
 - Soupçon d'Arithmétique
 - Probabilité
- Propagation
- Bases de Théorie de l'information
- *de la logique!*
- De la patience!

- Services non élastiques (*inelastic*)
 - Requiert un débit minimal (ou fixe) et un faible retard (faible latence)
 - Exemple : la téléphonie, la vidéo-conférence
 - Cas du cours : R_{target} fixé
- Services élastiques
 - Tend à utiliser le débit maximal disponible
 - Exemple : transfert de fichiers, navigation web
 - Cours : calcul du débit maximal théorique qu'on peut avoir

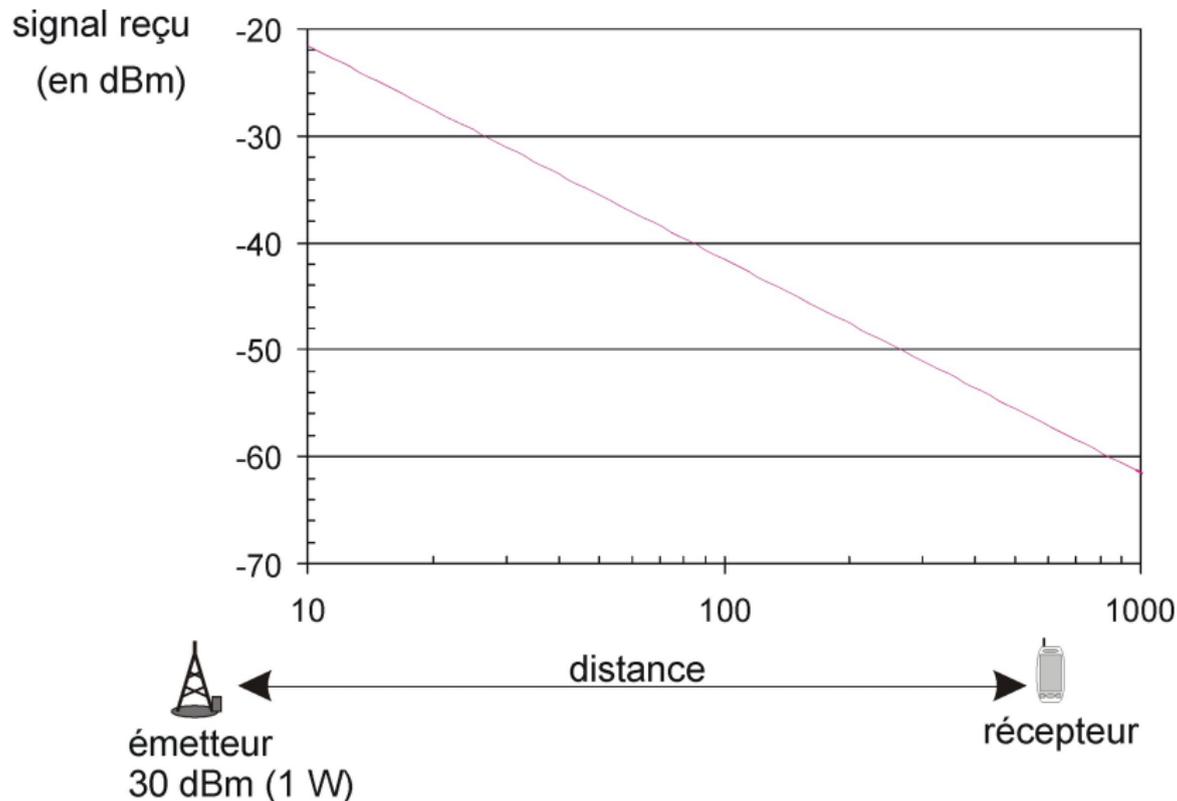
- Le territoire est divisé en "cellules", desservies chacune par une (ou plusieurs) stations de base, l'ensemble de ces cellules formant un seul réseau (sans que cette division soit pas perceptible)
- Les mêmes canaux de fréquence sont réutilisés dans plusieurs cellules selon la capacité du système à résister aux interférences.
- Systèmes sans fils
 - couverture par îlots (même si on arrive à des archipels !)
 - WiFi
- Systèmes cellulaires
 - objectif de couverture *continue* d'un très large territoire
 - GSM/GPRS (2G), UMTS (3G), LTE (4G)

Présentation du modèle : homogénéité partout !

- Surface à couvrir totalement uniforme
 - Même densité de population sur tout le territoire
 - Mêmes type de territoire (urbain, rural)
 - Homogénéité des utilisateurs
- Etude dans un premier temps de la liaison descendante ou *downlink*
 - Transmission du réseau vers le terminal
- Modèle théorique un peu loin de la réalité mais qui permet de comprendre les principaux phénomènes, les principaux compromis

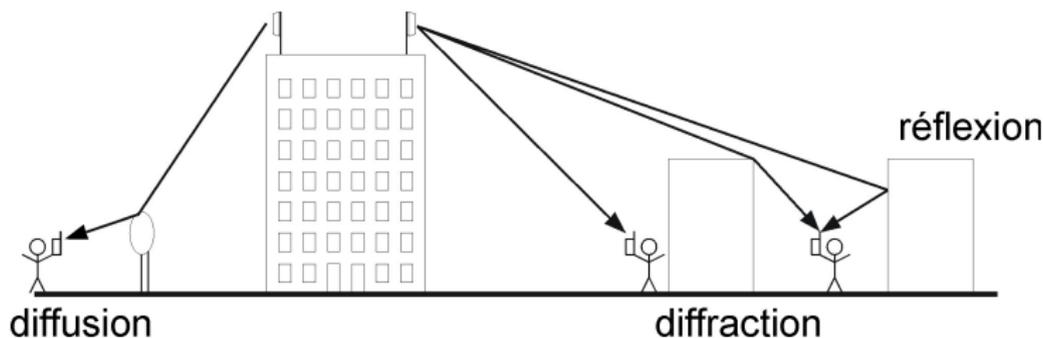
- Hypothèse d'une antenne omnidirectionnelle
- Rayonnement uniforme dans tout l'angle solide 4π
- Antenne de référence
 - Impossible à fabriquer
 - Simple à manipuler sur un plan théorique
- Propagation dans le vide : aucun obstacle
- Émetteur avec puissance P_E à l'entrée de l'antenne
- Puissance P_R reçue par le récepteur
 - $P_R = P_E \frac{\lambda^2}{(4\pi r)^2} = P_E \frac{\lambda^2 / (4\pi)^2}{r^2}$
 - avec λ la longueur d'onde du signal émis et r la distance entre l'émetteur et le récepteur.
 - Formule propagation en espace libre, appelée aussi formule de Friis

Propagation : Propagation dans le vide



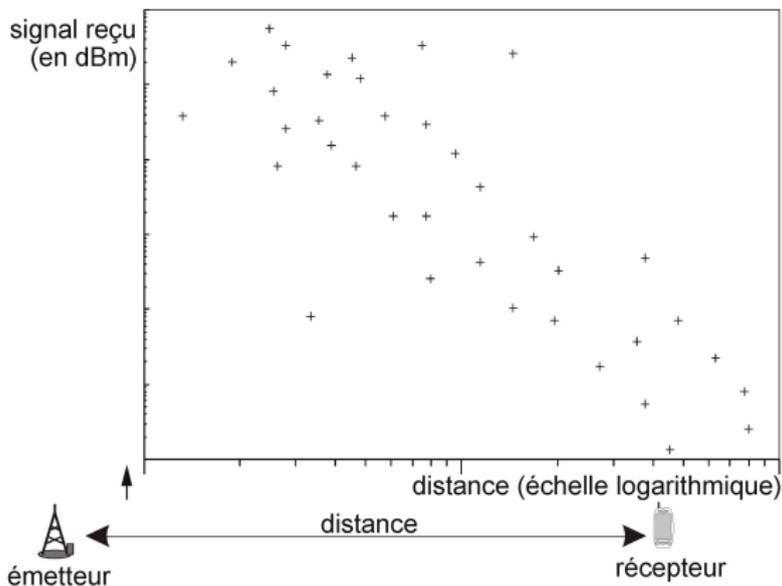
Propagation : Propagation dans un milieu avec obstacles

- Il y a rarement visibilité directe entre l'émetteur et le récepteur
 - *Diffraction* sur les angles
 - *Réflexion* sur les surfaces planes
 - *Diffusion* sur les surfaces non planes
 - Ce qui importe, c'est la taille des irrégularités vis à vis de la longueur d'onde de l'onde électromagnétique considérée
- un terminal reçoit en général plusieurs échos du même signal transmis ⇒ Propagation multi-trajets
- Forte variation locale du signal (sur distance $\lambda/2$)



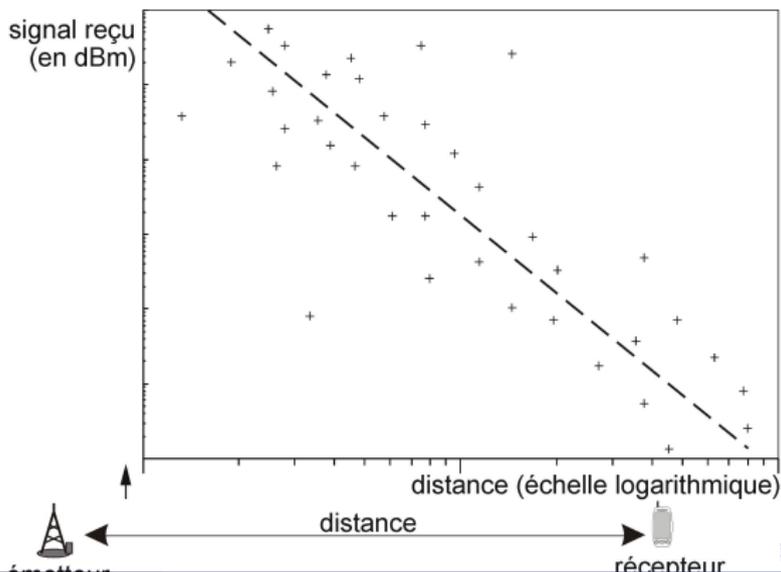
Propagation : Modèle d'Okumura

- Phénomènes (diffraction, réflexion, diffusion) difficiles à prédire :
 - approche *empirique*
 - série de mesures faite par Y. Okumura à Tokyo en 1968
 - modèle sans cesse raffiné depuis (M. Hata, actions européennes COST)



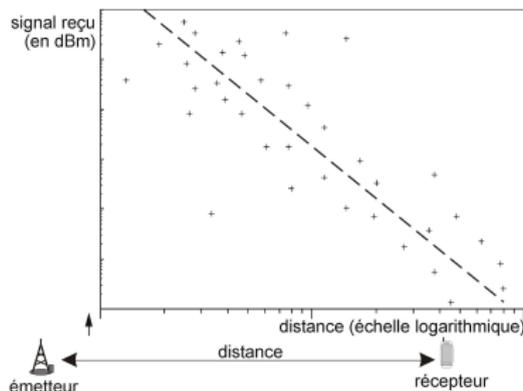
Propagation : Modèle d'Okumura

- Puissance *médiane* P_R reçue par le récepteur, $P_R = P_E \frac{k\lambda^2}{r^\alpha}$
 - avec λ la longueur d'onde du signal émis et r la distance entre l'émetteur et le récepteur.
 - avec k et α deux paramètres dépendant de l'environnement ($\alpha \in [2, 4]$ typiqu. 3.5)



Propagation : Effet de masque

- Valeur médiane donnée par Okumura-Hata-Cost231
- Effet de masque : prise en compte de l'incertitude par variable aléatoire normale centrée (gaussienne)
- $P_R = P_E \frac{k\lambda^2}{r^\alpha} 10^{\sigma\xi/10}$
 - ξ = variable aléatoire normale centrée et normalisée
 - σ = écart-type de l'effet de masque en dB, $\sigma \in [5, 10]$ typiquement



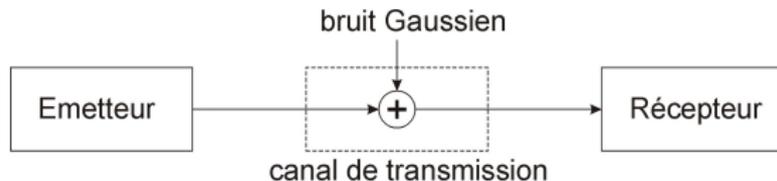
Communications numériques : Rapport signal sur bruit

- Rapport S/N entre la puissance S du signal reçu et la puissance N du bruit de fond
 - Rapport souvent exprimé en dB (on affiche $10 \log_{10}(S/N)$)
 - SNR, Signal to Noise Ratio
- Le bruit de fond est dû à l'agitation thermique des électrons et aux imperfections des amplificateurs (notion de facteur de bruit)
 - Bruit thermique pur : $N = WkT$ avec $k = 1.38 \times 10^{-23}$ (constante de Boltzmann), T la température en Kelvin, W la largeur de bande du signal
 - Avec GSM, $W = 270$ kHz, $T = 293$ K d'où $N = 1.1 \times 10^{-15}$ soit -119 dBm¹
 - Amplificateur GSM augmente le bruit de typiquement 5 dB
 - Le niveau de bruit est d'un récepteur de terminal GSM est $-119\text{dBm} + 5\text{dB} = -114\text{dBm}$
- Si un terminal reçoit un signal de puissance -100 dBm, le rapport signal sur bruit est de 14 dB

1. erreur de calcul dans la vidéo : le résultat plus précis est 1.09×10^{-15} et non 1.16×10^{-15} . Cela ne change rien à la valeur en dBm

Communications numériques : Débit et rapport signal sur bruit (1/2)

- Capacité du canal : limite supérieure de la quantité d'information qu'on peut transmettre de façon fiable sur un canal de transmission perturbé
- Concept issu de la théorie de l'information développé par Claude Shannon
- Sur un canal de transmission AWGN (Additive White Gaussian Noise), théorème de Shannon-Hartley
 - Le débit maximal R (en bit/s) qu'on peut atteindre est
 - $R = W \log_2(1 + S/N)$
 - où W est la bande du canal en Hertz, S/N est le rapport signal sur bruit (valeur linéaire)
 - R/W est aussi appelée capacité de Shannon (en bit/s/Hz)



Communications numériques : Utilisation du théorème de Shannon-Hartley

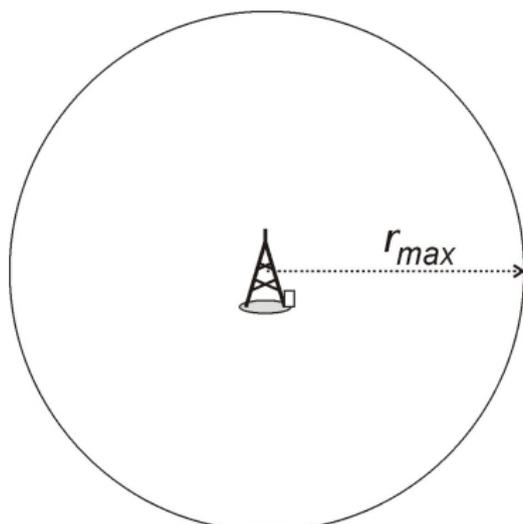
- Rappel : Capacité de Shannon, $R/W = \log_2(1 + S/N)$
 - Dans les années 80 (GSM), on en était encore loin
 - Depuis 2005-2010, on s'en approche (progrès du codage, des protocoles de liaisons de données, adaptation dynamique de la modulation et du codage)
 - Hypothèse du cours : on l'atteint !
- Services non élastiques
 - Débit requis : R_{target} \Rightarrow seuil minimal de S/N est appelé γ_{min}
- Services élastiques
 - Débit possible $R = W \log_2(1 + S/N)$
 - Dans la pratique, il faut aussi un débit minimal pour un certain confort
 - Cadre du cours : seuil minimal de S/N vaut γ_{min}

Sensibilité d'un terminal

- Rappel : Valeur minimale γ_{min} de rapport signal sur bruit exigé pour tous les services
- Puissance de bruit minimal d'un récepteur N .
- Soit C le signal reçu par un récepteur
- Condition de bonne réception : $\frac{C}{N} > \gamma_{min}$
- Soit $C > N\gamma_{min}$ ou $10 \log_{10}(C) \geq 10 \log_{10}(N) + 10 \log_{10}(\gamma_{min})$
- La valeur minimale de C s'appelle la *sensibilité* : $C_{min} = N\gamma_{min}$
- Exemple
 - En GSM, pour un service de téléphonie, $\gamma_{min} = 9$ dB
 - Pour un terminal, le bruit de fond, $N = -114$ dBm
 - On en déduit $C \geq -105$ dBm

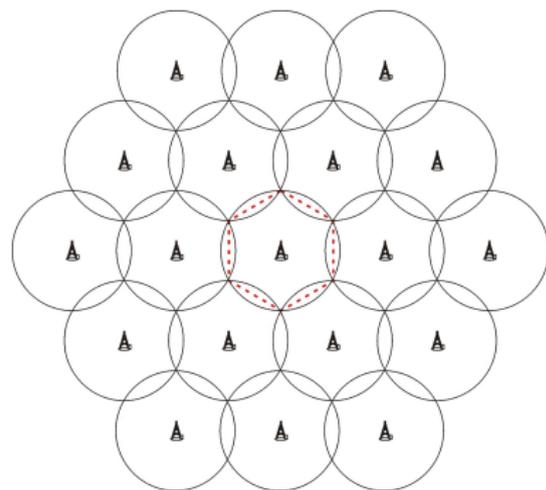
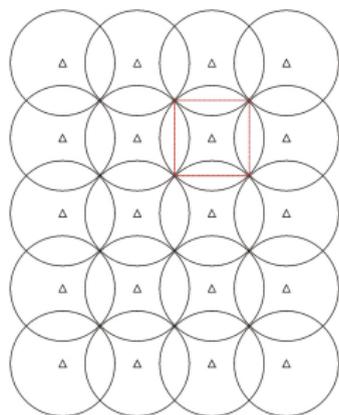
Réseau cellulaire régulier : Cellule élémentaire isolée

- Soit une station de base isolée avec une antenne isotrope parfaite transmettant à la puissance P
- Propagation régulière : $C = P \frac{k\lambda^2}{r^\alpha}$
- Sensibilité du terminal : C_{min}
- $C \geq C_{min} \iff r \leq r_{max}$ avec $r_{max} = (Pk\lambda^2/C_{min})^{1/\alpha}$



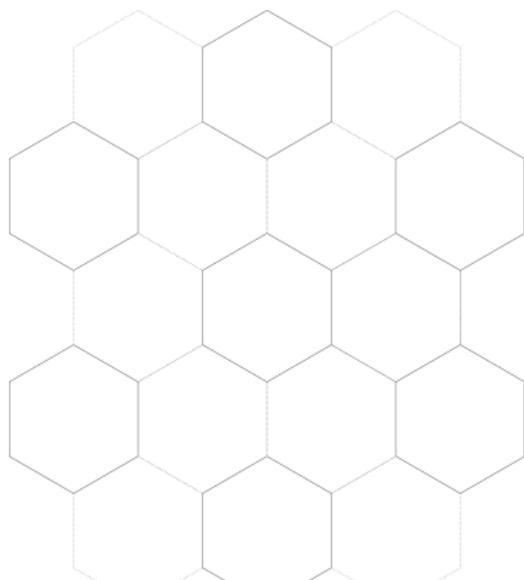
Réseau cellulaire régulier : Cellules hexagonales

- En première approximation, Cellule = disque de rayon r_{max}
- Pour avoir une couverture sans trou, il faut un recouvrement des cellules
- Maillage des stations de base selon une grille hexagonale = meilleure compacité



Réseau cellulaire régulier : Notion de motif

- On considère des "carreaux" hexagonaux
- On dispose de plus ou moins de couleurs
- Suivant le nombre de couleurs K , quelle est la distance D entre les centres de 2 carreaux de même couleur ?
- Avec une couleur ($K = 1$), $D = 1$



Réseau cellulaire régulier : Notion de motif

- Avec deux couleurs ($K = 2$), $D = 1$
- Peu d'intérêt à utiliser un motif de taille 2

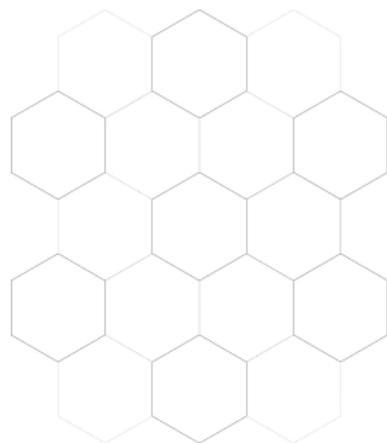


Réseau cellulaire régulier : Notion de motif

Avec 3 couleur ($K = 3$), $D = ?$



Avec deux couleurs ($K = 4$), $D = ?$

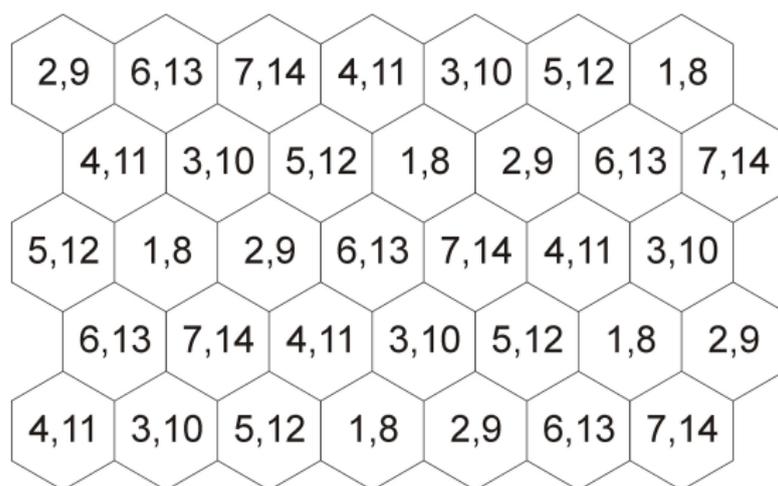


- Détermination d'un *motif* de base et réplication de ce motif à l'infini
- Résultats admis :
 - Le nombre de couleur doit vérifier : $K = i^2 + j^2 + ij$ avec i et j entiers
 - Dans ce cas,
 - $D = \sqrt{3K}r_{max}$
 - il y a 6 hexagones de même couleur à la distance D
 - $K = 1, 3, 4, 7, 9 \dots$
 - Le nombre de couleur doit vérifier : $K = i^2 + j^2 + ij$ avec i et j entiers
- Remarque : on peut faire un motif de taille quelconque mais la distance D est la même que pour la valeur de K immédiatement inférieure qui vérifie la formule

- Analogie :
 - couleur \iff groupe de fréquences
 - 2 couleurs différentes \iff toutes les fréquences sont différentes
- Motif de réutilisation cellulaire : ensemble de cellules où toutes les fréquences sont différentes
- Si un opérateur dispose de N fréquences au total, avec un motif de taille K , il pourra mettre N/K fréquences dans chaque cellule

Réseau cellulaire régulier : exemple du motif à 7

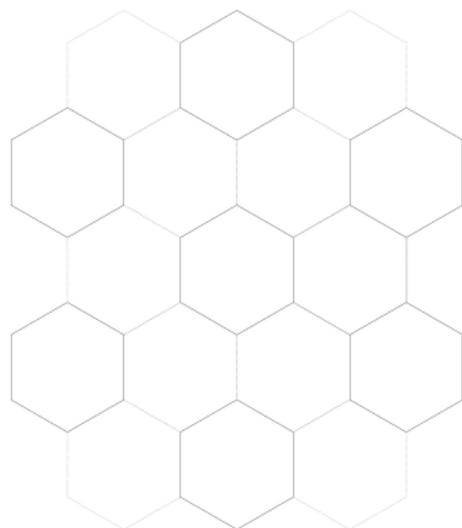
- Opérateur avec 14 fréquences
- Planification avec un motif de taille 7



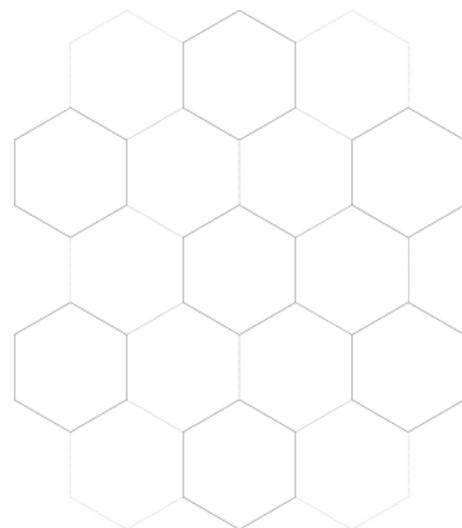
Réseau cellulaire régulier : Exercice 1 sur un motif cellulaire

- Un opérateur a 12 fréquences numérotées de 1 à 12, affecter à chaque cellule une ou plusieurs fréquences avec un motif à 3, puis avec un motif à 4

Motif à 3 ($K = 3$)



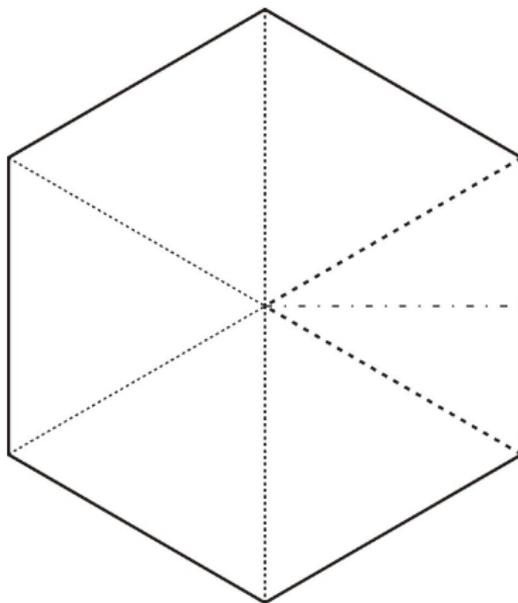
Motif à 4 ($K = 4$)



- Réseau hexagonal régulier
- Analyse du débit
 - en bordure de cellule
 - Débit minimal
 - à une distance " médiane" (partage la cellule hexagonale en deux parties de même surface)
 - Débit médian (notion spécifique à ce cours)

Analyse d'un réseau cellulaire : Surface d'un hexagone

- Soit un hexagone de rayon r_{max}
- $S_H = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} r_{max} \times \frac{1}{2} r_{max}$
- $S_H = \frac{3\sqrt{3}}{2} r_{max}^2$

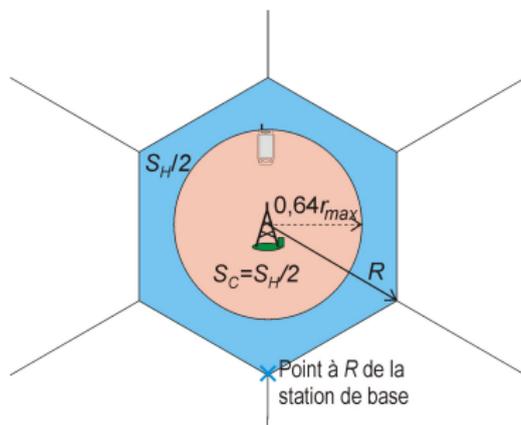


Analyse d'un réseau cellulaire : Calcul du rayon médian

- $S_H = \frac{3\sqrt{3}}{2} r_{max}^2$
- $S_C = \pi r_{median}^2$
- Donc

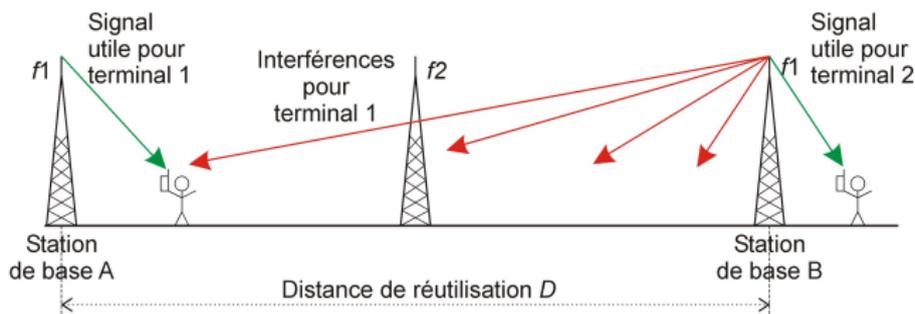
$$r_{median} = r_{max} \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}}$$

- $r_{median} = 0.64 r_{max}$



Analyse d'un réseau cellulaire : Bruit et Interférences

- Réseaux cellulaires :
 - Bruit de fond (bruit additif gaussien)
 - Interférence co-canal \Rightarrow assimilé à du bruit additif gaussien
 - Interférence canal adjacent \Rightarrow souvent négligée
 - Autres sources d'interférences \Rightarrow négligées

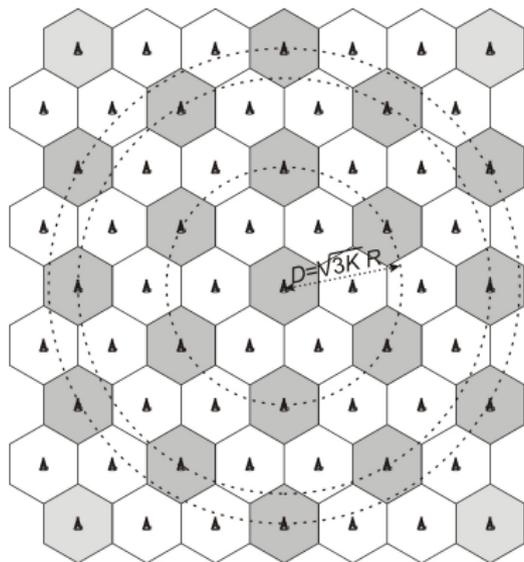


Analyse d'un réseau cellulaire : Rapport signal sur interférence

- Réseaux cellulaire :
 - Bruit de fond (bruit additif gaussien) N
 - Total des interférences co-canal $I \Rightarrow$ assimilé à du bruit additif gaussien
- Rapport Signal sur Bruit vaut $\frac{C}{I+N}$
 - Dans un système cellulaire,
 - *rapport Signal sur Interférence et Bruit*
 - SINR, Signal to Interference and Noise Ratio
 - Les interférences sont souvent bien supérieures au bruit, on parle de
 - *rapport Signal sur Interférence*
 - SIR, Signal to Interference Ratio
 - C/I avec C puissance du signal utile et I puissance des interférences, *Notation du cours*
- Capacité de Shannon, $R/W = \log_2(1 + C/I)$

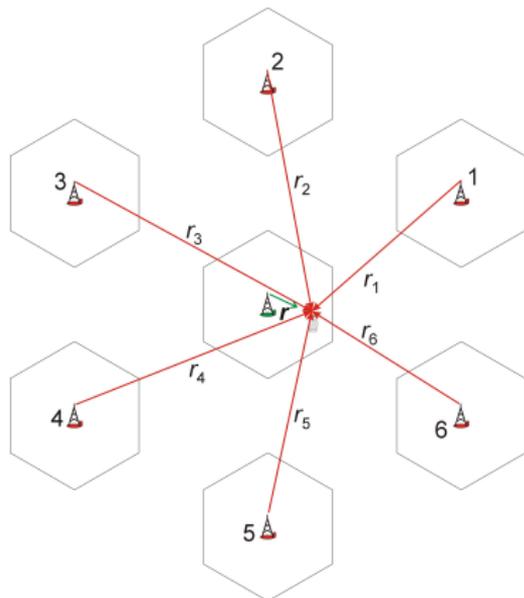
Analyse d'un réseau cellulaire : Cellules co-canal

- 6 cellules co-canal à la distance de réutilisation $D = \sqrt{3K}r_{max}$ (si $K = 1$, 6 cellules voisines)
- Encore 6 cellules co-canal à $D' = \sqrt{3}D = 3\sqrt{K}r_{max}$
- Méta-structure hexagonale



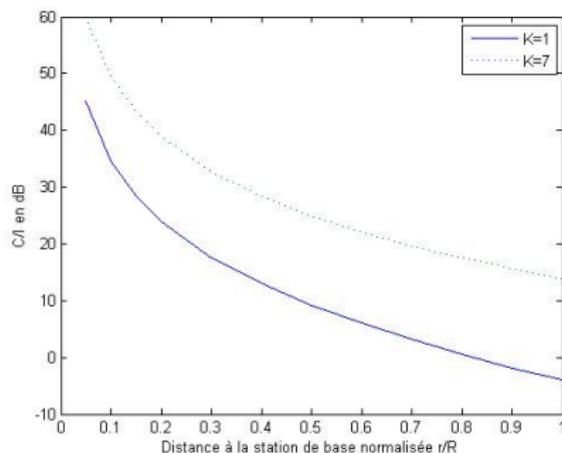
Analyse d'un réseau cellulaire : rapport signal sur interférence

- Signal utile $C = P \frac{k}{r^\alpha}$
- On ne considère que les 3 premières couronnes d'interférences (18 cellules co-canal)
- Interférences $I = \sum_{j=1}^{18} P \frac{k}{r_j^\alpha}$
- On en déduit pour un mobile en un point donné $C/I = \frac{1}{\sum_{j=1}^{18} (r/r_j)^\alpha}$
- Le C/I ne dépend pas du facteur k , ni des puissances d'émission



Analyse d'un réseau cellulaire : rapport signal sur interférence

- Quelle que soit la taille de motif, le rapport signal sur interférence est d'autant plus grand que le terminal est proche de la station de base
- Pour une taille de motif grande, la décroissance est plus faible.
- En bordure de cellule, $C/I = -3dB$ dans ce modèle régulier idéal (dans la pratique on peut rencontrer $-12 dB$).

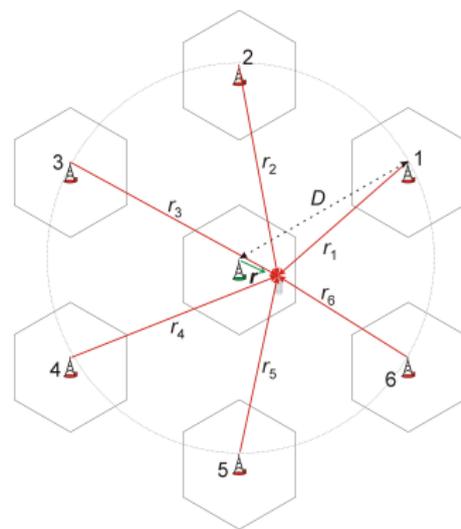


Analyse d'un réseau cellulaire : Découpage en porteuses des systèmes 1G et 2G

- Grande ou moyenne taille de motif K pour systèmes 1G ou 2G
- Opérateur dispose d'une bande W
- Découpage FDMA de la bande en n sous-porteuses de largeur w
- On a $n = W/w$
- Contrainte $n \geq K$

Analyse d'un réseau cellulaire : Calcul simplifié de C/I pour un grand motif

- Rappel $C/I = \frac{1}{\sum_{j=1}^{18} (r/r_j)^\alpha}$
- Si K est grand, $r_j \simeq D$ et en ne considérant que la première couronne
- $C/I = \frac{1}{\sum_{j=1}^6 (r/D)^\alpha} = \frac{1}{6} \left(\frac{D}{r}\right)^\alpha$
- Le C/I minimal est obtenu pour $r = r_{max}$
- On en déduit $(C/I)_{min} = \frac{1}{6} (3K)^{\alpha/2}$
- Conclusions (généralisable avec des hypothèses moins restrictives)
 - Le seuil de fonctionnement d'un système impose une taille de motif
 - C'est bien une caractéristique intrinsèque d'un système



Analyse d'un réseau cellulaire : calcul simplifié de débit disponible pour un grand motif

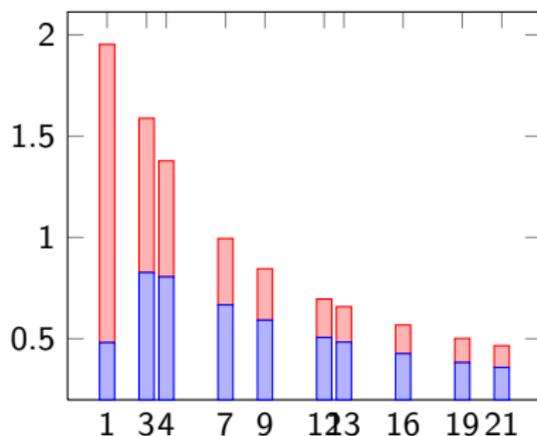
- Avec le modèle très simple,
- $C/I = \frac{1}{6} \left(\frac{D}{r}\right)^\alpha$
- Avec un motif de taille K , la bande disponible sur chaque cellule est W/K
- En utilisant le théorème de Shannon-Hartley, on obtient
 - $R_{min} = \frac{W}{K} \log_2 \left(1 + \frac{1}{6} (3K)^\alpha\right)$ obtenu pour $r = r_{max}$
- Si $K \rightarrow \infty$, $R_{min} \simeq \frac{W \log_2 \left(\frac{3^\alpha}{6}\right)}{K} + \frac{\alpha W}{2} \frac{\log_2(K)}{K}$ et donc $R_{min} \rightarrow 0$
- On montre de même que $R_{median} = \frac{W}{K} \log_2 \left(1 + \frac{1}{6} \left(\frac{3K}{0.64}\right)^\alpha\right) \rightarrow 0$ si $K \rightarrow \infty$
- Si on veut disposer de hauts-débits et simplifier la planification, mieux vaut utiliser une petite taille de motif

Analyse d'un réseau cellulaire : Zone de fonctionnement des systèmes 1G et 2G

- Systèmes Analogiques (1ère génération, années 70-80)
 - Seul service = téléphonie
 - Le C/I est en relation directe avec la qualité de service perçue
 - Seuil de fonctionnement typique : 18 dB
 - Il faut garantir de seuil important dans toute la cellule
 - Taille de motif imposée = 21
- Systèmes Numériques de 2ème génération de type GSM
 - Service principal = téléphonie
 - Utilisation du codage correcteur d'erreur
 - Seuil de fonctionnement typique : 12 dB
 - Il faut garantir de seuil dans toute la cellule
 - Taille de motif imposée = 12

Analyse d'un réseau cellulaire : Débit minimal et débit médian par rapport à la taille de motif

- Calcul identique au précédent mené en appliquant
$$C/I = \frac{1}{\sum_{j=1}^{18} (r/r_j)^\alpha}$$
- Pour un mobile à distance r ,
$$R = \frac{W}{K} \log_2 \left(1 + \left(\frac{\sqrt{3K}}{g(r)} \right)^\alpha \right)$$
avec g fonction croissante
- Calcul pour différentes tailles de motif
- Débit médian maximal pour $K = 1$



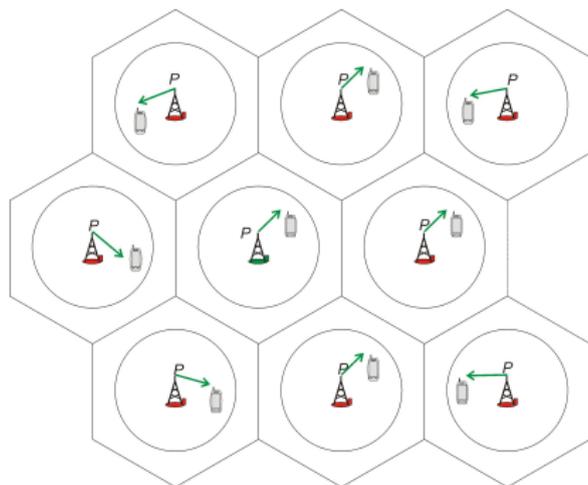
Analyse d'un réseau cellulaire : Zone de fonctionnement des systèmes 3G CDMA

- Rappel : $R = W \log_2(1 + C/I)$
- Constat : en bordure de cellule $C/I < 0$ dB
 - Utilisation d'un W important
 - Possibilité d'avoir un débit notable même si C/I est faible
- Etalement de spectre ou *spread-spectrum transmission*
 - Consiste à transmettre une séquence pseudo-aléatoire à un débit plus grand que le débit utilisateur (augmentation de W)
 - Permet une réception alors que le signal est noyé dans le bruit (ou l'interférence). Seuil de fonctionnement typique -12 dB
- MAIS
 - Complexité des récepteurs
 - Réseau difficile à régler (Forte sensibilité du système au contrôle automatique de puissance)

- diversité de services : données, téléphonie, vidéos en streaming
- Utilisation de l'OFDM
- Fonctionne à bas rapport signal sur bruit mais pas très bas (typiquement $-5, -3$ dB)
- Utilisation du codage correcteur d'erreur
- Volonté d'utiliser un motif de taille 1
- Gestion dynamique de l'interférence

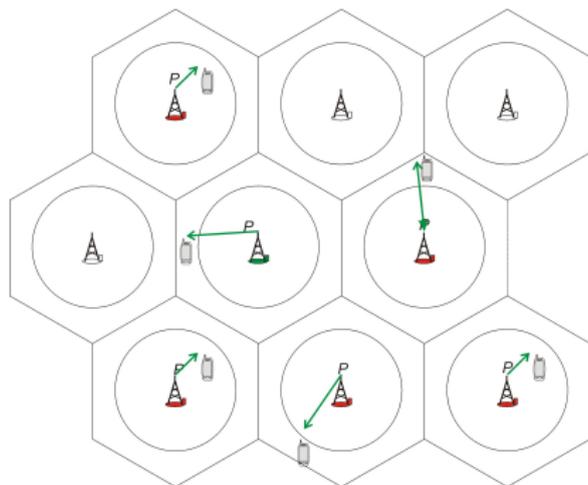
Analyse d'un réseau cellulaire : ICIC exemple 1

- Terminaux proches de la station de base
- Vrai motif à 1 : transmission simultanée par toutes les stations de base



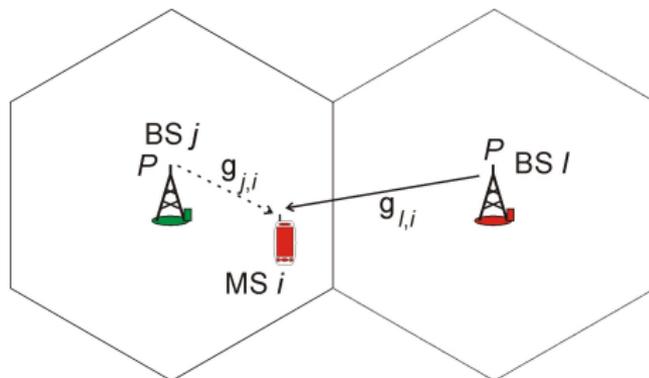
Analyse d'un réseau cellulaire : ICIC exemple 2

- Terminaux en périphérie de certaines cellules
- Coordination entre cellules voisines : pas de transmission de certaines stations de base (pendant un intervalle de temps, typiquement 1 ms) pour réduire les interférences
- Utilisé dans le système LTE

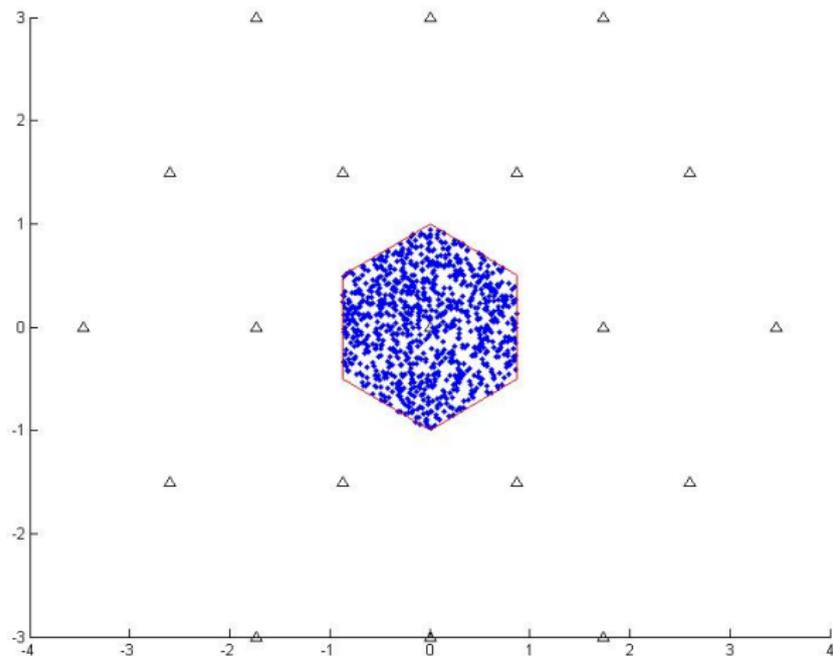


Etude d'un modèle plus fin : Prise en compte de l'effet de masque

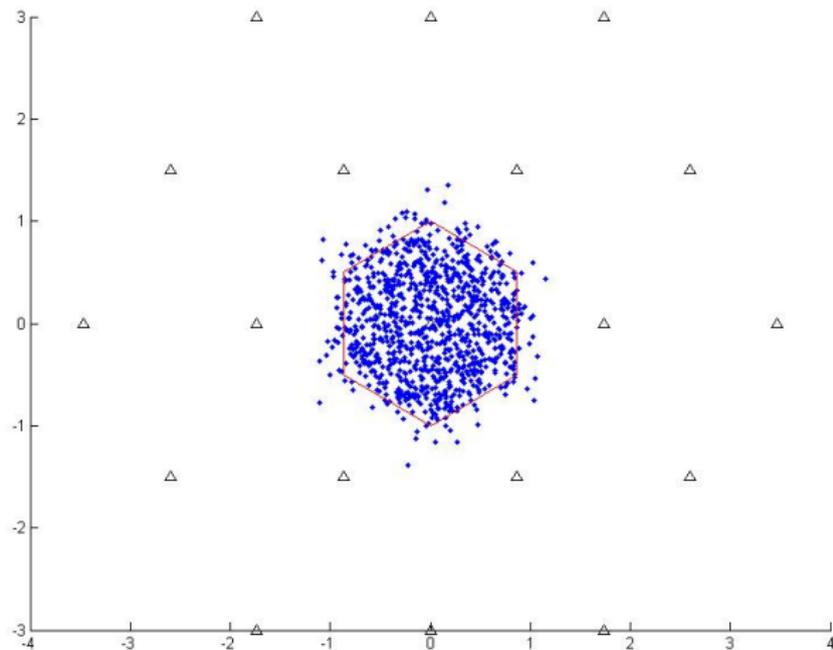
- $P_R = P_E \frac{k\lambda^2}{r^\alpha} 10^{\sigma\xi/10}$
 - ξ = variable aléatoire normale centrée et normalisée
 - σ = écart-type de l'effet de masque en dB, $\sigma \in [5, 10]$
- Un mobile i peut recevoir plusieurs stations de base (BS_j, BS_l)
 - Les deux variables $\xi_{i,j}$ et $\xi_{i,k}$ sont supposées indépendantes si $j \neq k$
 - En toute rigueur, hypothèse non vérifiée (intérieur des bâtiments)



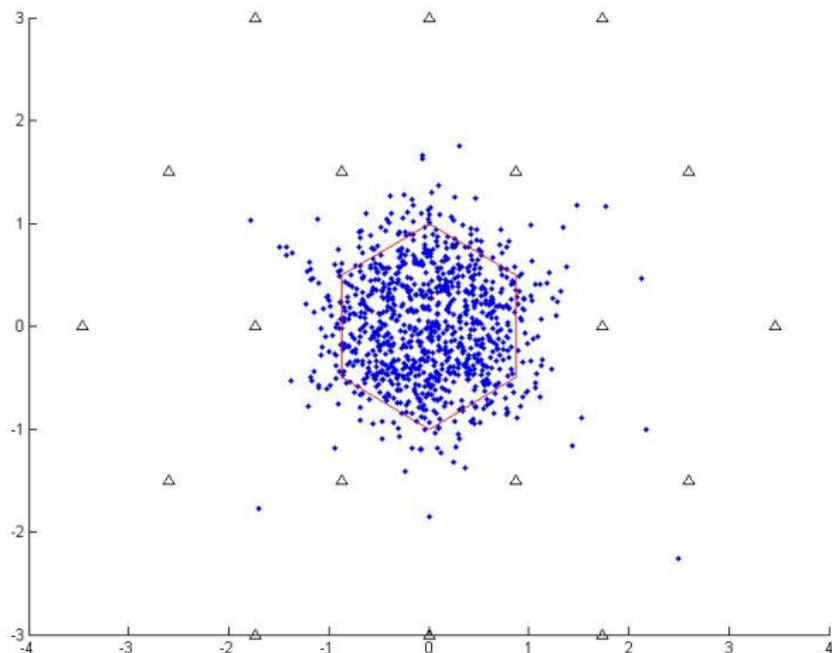
Cellule dans un modèle hexagonal sans masque



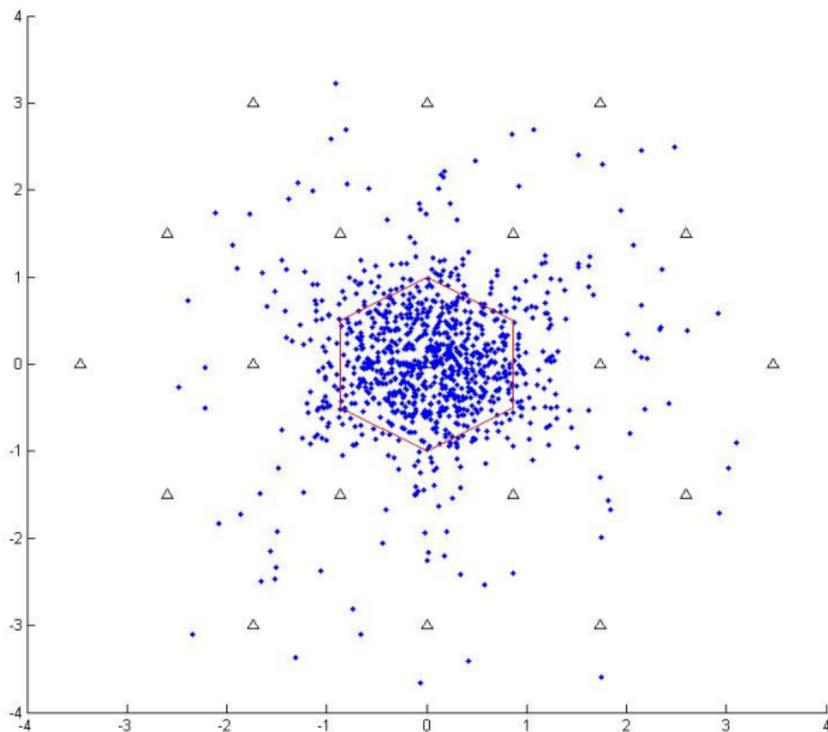
Cellule dans un modèle hexagonal avec un masque de 3 dB



Cellule dans un modèle hexagonal avec un masque de 5 dB

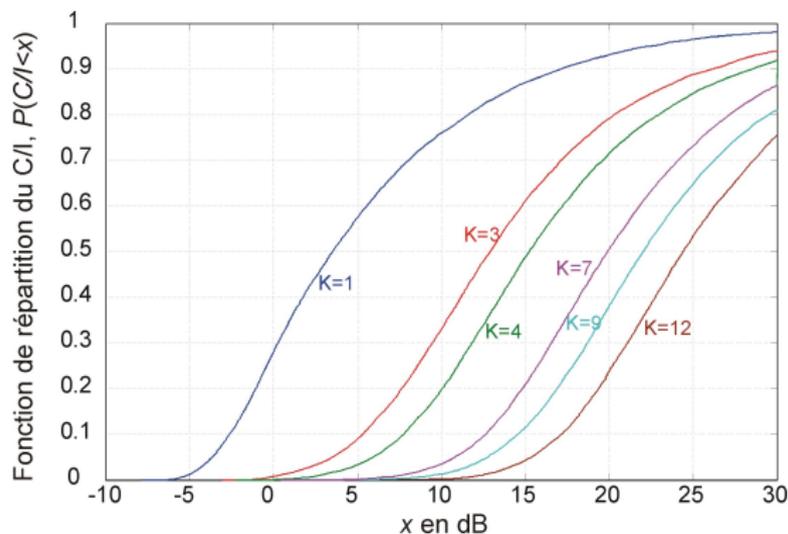


Cellule dans un modèle hexagonal avec un masque de 8 dB



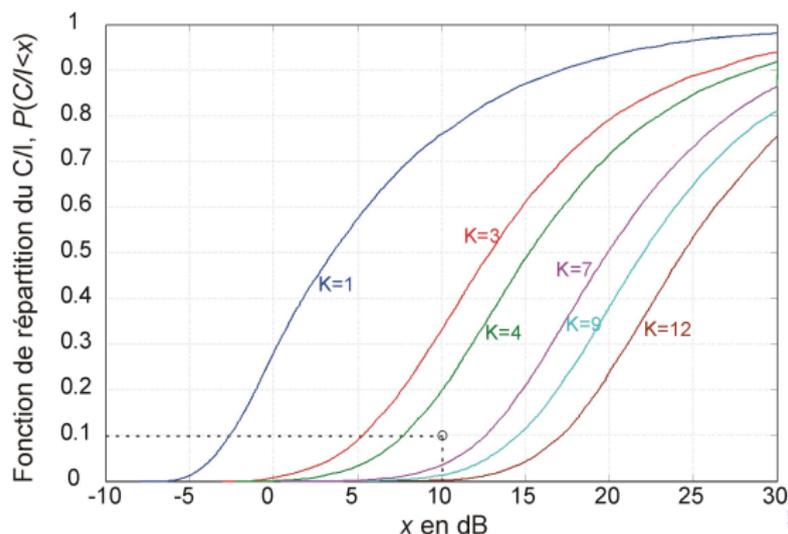
Etude d'un modèle plus fin : Distribution du C/I avec un effet de masque de 5 dB

- Le masque est une variable aléatoire non bornée
- Il n'y a plus de minimum absolu mais une répartition du C/I
- Les zones à fort C/I restent celles proches de la station de base



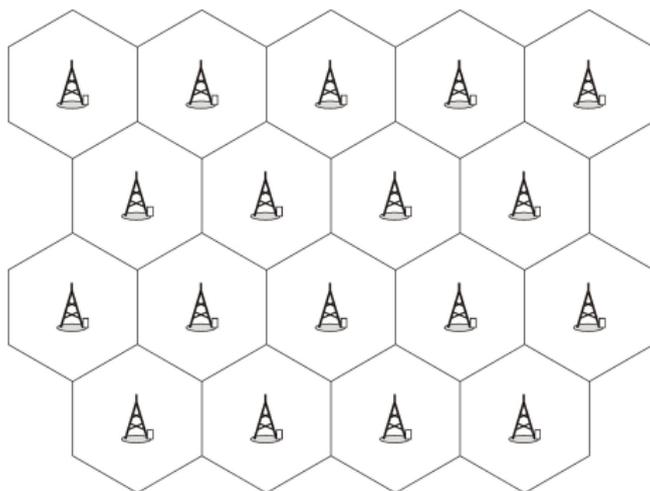
Etude d'un modèle plus fin : Détermination d'une taille de motif avec effet de masque

- Seuil C/I fixé. Par exemple 10 dB.
- Seuil de tolérance fixé. On accepte que 10% des utilisateurs aient un C/I inférieur au seuil
- Détermination de la plus petite taille de motif qui convient $\Rightarrow K = 7$

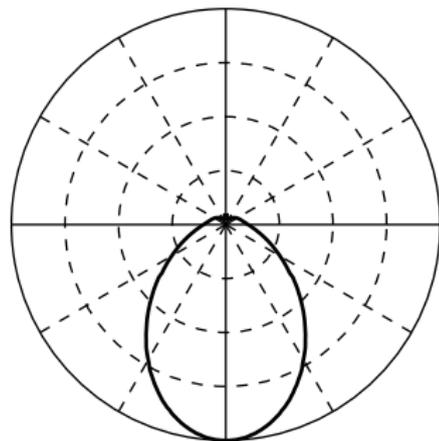


Etude d'un modèle plus fin : Coût d'un réseau

- Le coût d'un réseau est proportionnel au nombre de sites occupés
- Location du toit ou de l'emplacement pour mettre le pylône
- Liaison filaire ou par faisceau herzien entre la station de base et le réseau
- Nombre de lieux où intervenir pour la maintenance

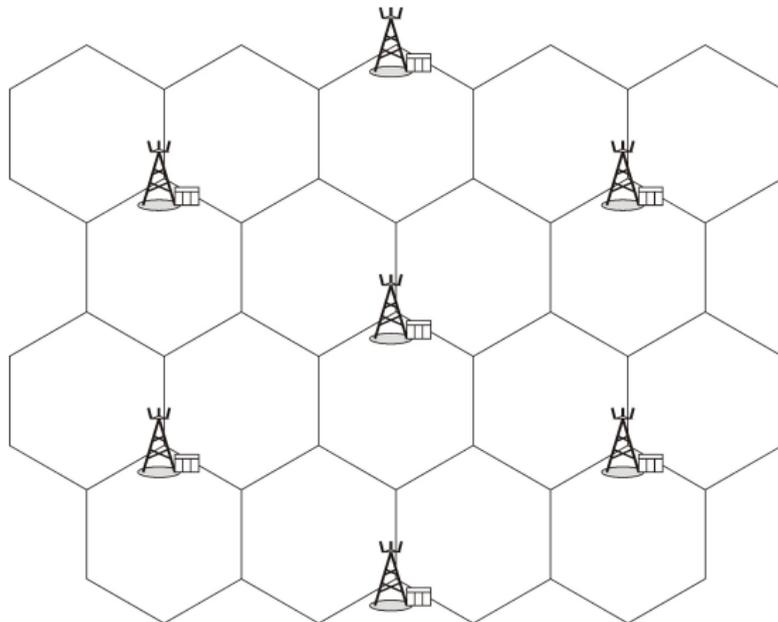


- Utilisation d'antenne directive
- Permet de mieux concentrer l'énergie dans une direction
- Exemple : Amplitude du champ à $+30^\circ$ par rapport à la direction de plus fort rayonnement $= 0.7 \times \text{Champ_max}$ (moitié de la puissance)
- Une telle antenne couvre bien l'hexagone en mettant la station de base sur un coin



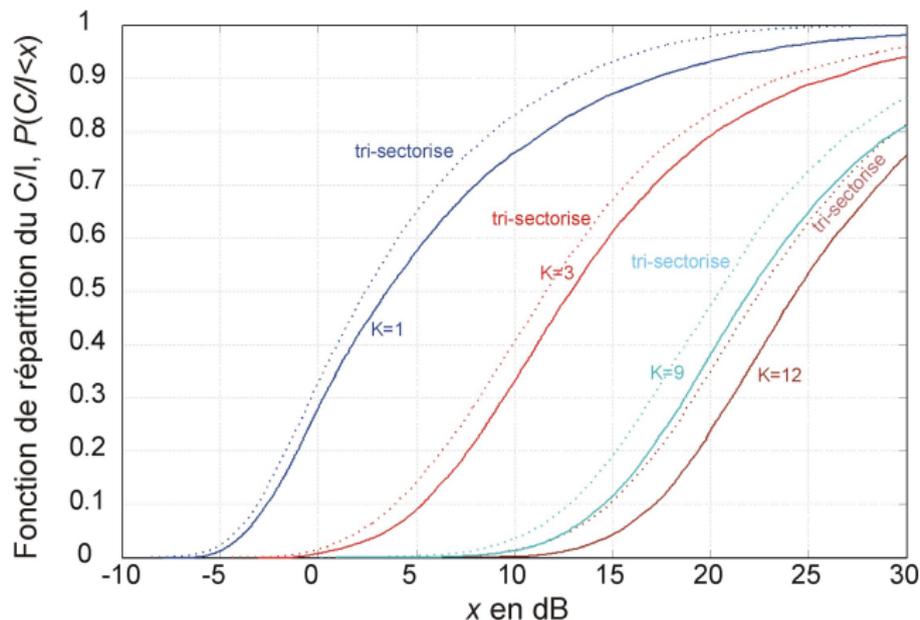
Etude d'un modèle plus fin : Intérêt de la tri-sectorisation

- Division par 3 du nombre de sites
- Conservation du nombre de cellules



Etude d'un modèle plus fin : Intérêt de la tri-sectorisation

- Dégradation du C/I pour une même taille de motif

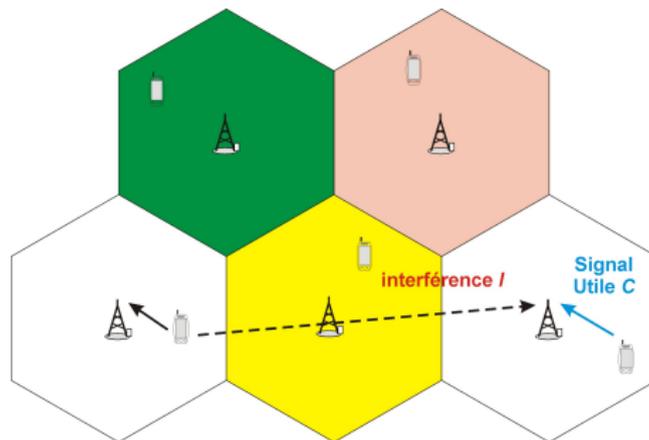


- Utilisation quasi-systématique de la tri-sectorisation en GSM (UMTS,...)
- En zone rurale, urbaine,...



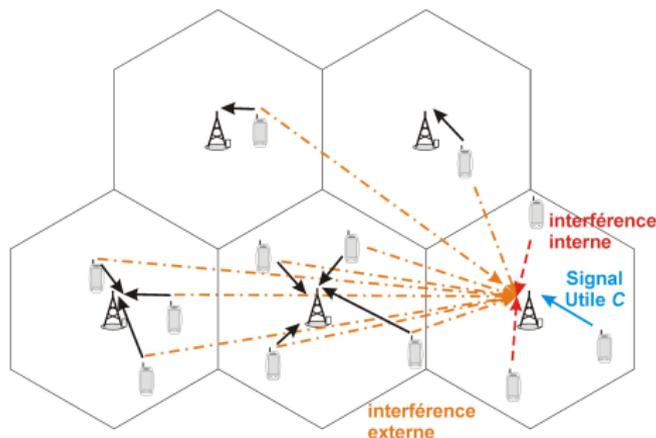
Etude d'un modèle plus fin : considérations sur la voie montante en 2G

- Même problème d'interférence et de C/I minimal à assurer



Etude d'un modèle plus fin : considérations sur la voie montante en 3G (réseaux CDMA)

- Plusieurs terminaux au sein de la même cellule transmettent en même temps sur la même fréquence
- Présence d'une interférence *externe* et d'une interférence *interne*
- Nécessité d'avoir un système à très bas C/I de fonctionnement
- Contrôle de puissance indispensable



Etude d'un modèle plus fin : considérations sur la voie montante en 4G

- Utilisation d'un motif à un mais un seul terminal dans une cellule transmet à un instant donné (hors cas particulier du MIMO)
- Pas d'interférence interne
- Nécessité de coordination des allocations entre cellules

